

Rappel :

x	y	$\neg x$	$x \wedge y$	$x \vee y$	$x \oplus y$	$x = y$	$x \Leftrightarrow y$
false	false	true	false	false	false	true	true
false	true	true	false	true	true	true	false
true	false	false	false	true	true	false	false
true	true	false	true	true	false	true	true

equivalence	$x \leftrightarrow y$	$\equiv (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)$
implication	$x \rightarrow y$	$\equiv \neg x \vee y$
involution	$\neg \neg x$	$\equiv x$
idempotency	$x \wedge x$	$\equiv x$
commutativity	$x \wedge y$	$\equiv y \wedge x$
association	$(x \wedge y) \wedge z$	$\equiv x \wedge (y \wedge z)$
distribution	$x \wedge (y \vee z)$	$\equiv (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$
de Morgan's	$\neg(x \wedge y)$	$\equiv \neg x \vee \neg y$
identity	$x \wedge \text{true}$	$\equiv x$
null	$x \wedge \text{false}$	$\equiv \text{false}$
inverse	$x \wedge \neg x$	$\equiv \text{false}$
absorption	$x \wedge (x \vee y)$	$\equiv x$
idempotency	$x \vee x$	$\equiv x$
commutativity	$x \vee y$	$\equiv y \vee x$
association	$(x \vee y) \vee z$	$\equiv x \vee (y \vee z)$
distribution	$x \vee (y \wedge z)$	$\equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z)$
de Morgan's	$\neg(x \vee y)$	$\equiv \neg x \wedge \neg y$
identity	$x \vee \text{false}$	$\equiv x$
null	$x \vee \text{true}$	$\equiv \text{true}$
inverse	$x \vee \neg x$	$\equiv \text{true}$
absorption	$x \vee (x \wedge y)$	$\equiv x$

Nous appelants \wedge , \vee et \neg operateurs NOT, AND et OR.

Exercice 1 :

Soit p désignant la proposition « l'enfant sait lire » et q désignant la proposition « l'enfant sait écrire ».

Donner la traduction dans le langage courant, la table de vérité, et dessiner le circuit des propositions suivantes :

(1) $p \wedge q$; (2) $p \vee (\text{not } q)$; (3) $(q \rightarrow p)$; (4) $(\text{not } p) \vee (\text{not } q)$; (5) $(\text{not } p) \wedge (\text{not } q)$.

Exercice 2 : Soient (P), (Q) et (R) trois propositions, donner la négation, la table de vérité et dessiner le circuit de :

a) (P) et (non (Q) ou (R)) b) ((P) et (Q)) \Rightarrow (R)

Exercice3 :

Donner le circuit sur 3 bits des fonctions suivantes : addition, compliment à 1, et compliment à 2

Exercice4 : On considère les formules de la logique des propositions p,r,et q :

$$A = ((p \rightarrow r) \vee (\text{not } q \vee s \vee (s \wedge q))) \wedge ((p \wedge q) \rightarrow (r \vee s))$$

$$B = (p \rightarrow s) \vee (q \rightarrow r)$$

1) Montrez que : $A \leftrightarrow B$.

2) Donner la forme canonique conjonctive et disjonctive SOP, POS de A et B.

Exercice 5 : On se trouve sur une île dont les habitants sont répartis en deux catégories : les Purs et les Pires. Les Purs disent toujours la vérité, tandis que les Pires mentent toujours. On rencontre trois habitants de l'île : Moe, Jon et Will.

Moe déclare : « Nous sommes Pires tous les trois ». Jon déclare : « Il y a exactement un Pire parmi nous ».

Que peut-on déduire de ces déclarations ?