

## TD 2 P1 ingénieur (Cinématique du point matériel)

### Exercice 1/

Un point mobile  $M$  effectue une trajectoire plane donnée par les équations en coordonnées polaires  $(O, e^{\vec{r}}, e^{\vec{\theta}})$

$$\begin{cases} r(t) = e^t \\ \theta(t) = t \end{cases} \quad (t \text{ en s, } r \text{ en mètre et } \theta \text{ en rad)}$$

1. Exprimer  $(e^{\vec{r}}, e^{\vec{\theta}})$  en fonction de la base fixe  $(\vec{i}, \vec{j})$ .
2. Exprimer le vecteur position  $\overline{OM}$  en coordonnées polaires.
3. Calculer le vecteur vitesse  $\vec{V}$ , quel est son module.
4. Calculer le vecteur accélération  $\vec{a}$ , quel est son module.
5. Déduire le vecteur position  $\overline{OM}$  en coordonnées cartésiennes.

### Exercice 2/

Soit la trajectoire  $C$  repérée par :  $\vec{r} = 3 \cos 2t \vec{i} + 3 \sin 2t \vec{j} + (8t - 4)\vec{k}$

Trouver un vecteur unitaire tangent à la courbe.

### Exercice 3/

Soit un mobile  $M$  assimilé à un point matériel se déplaçant dans un plan  $XOY$ . Il est repéré par ses coordonnées polaires :  $r(t) = t^2 / 4$  ;  $\theta(t) = \frac{\pi}{4} t$  ( $t$  en s,  $r$  en m et  $\theta$  en rd)

- 1/ exprimer les vecteurs position, vitesse et accélération en coordonnées polaires.
- 2/ calculer le module du vecteur vitesse et accélération à  $t=6s$ .
- 3/ donner les coordonnées cartésiennes du point  $M$ .
- 4/ en déduire l'expression du vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes.

### Exercice 4/

Dans un repère cartésien  $(O, x, y)$ , muni de la base  $(\vec{i}, \vec{j})$  un point  $M$  en mouvement a pour équations horaires :  $X = 2\cos(3t + 2)$  et  $Y = 2\sin(3t+2)$

1. Donner l'équation de la trajectoire, quelle est sa nature ?
2. Exprimer le vecteur vitesse  $\vec{V}$ , donner son module.?
3. Donner le vecteur accélération  $\vec{a}$  et son module ?
4. Donner les coordonnées polaires du point  $M$  ?
5. Donner le vecteur position, vitesse et accélération en coordonnées polaires ?

### Exercice 5/

Dans un repère cartésien  $(O, x, y)$ , muni de la base  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , un point matériel  $M$  en mouvement tel que :

$$\overline{OM} = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j}$$

1. Déterminer la nature de la trajectoire de  $M$ .
2. Exprimer le vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes et déterminer son module

3. En déduire la nature du mouvement et déterminer la vitesse angulaire  $\omega$ .
4. Exprimer le vecteur accélération en coordonnées cartésiennes et déterminer son module. Que représente cette accélération dans le repère de Frenet et pourquoi ?
5. Déterminer l'angle  $\alpha$  que fait l'accélération avec la vitesse ?
6. Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur accélération en coordonnées polaires ?

### Exercice 6/

Le mouvement d'un point matériel M se déplace dans le plan (xOy) est décrit par le vecteur position :

$$\overrightarrow{OM} = 3 \cos 2t \vec{i} + 3 \sin 2t \vec{j}$$

- 1- Déterminer l'équation de la trajectoire ? quelle est sa nature ?
- 2- Exprimer le vecteur vitesse et son module, déduire la nature du mouvement.
- 3- Déterminer le vecteur accélération et son module.
- 4- Donner la valeur la vitesse angulaire  $\omega(t)$  et de la position angulaire  $\theta(t)$  du mouvement pour  $\theta_0 = 0$
- 5- Donner le vecteur position, vitesse et accélération en coordonnées polaires ?
- 6- Montrer que le vecteur vitesse est perpendiculaire au vecteur accélération  $\vec{v} \perp \vec{a}$ .

### Exercice 7/

Le mouvement d'un mobile M, dans le plan (xOy) qui se trouvait initialement au point (0, 3) est défini par sa vitesse en fonction du temps :  $\vec{V} = 2\vec{i} + 2t\vec{j}$

1. Donner le module de la vitesse.
2. Déterminer le vecteur accélération  $\vec{a}$ , ainsi que son module.
3. Déterminer le vecteur position.
4. Déterminer l'équation de la trajectoire.
5. Donner les composantes tangentielle et normale du vecteur accélération, en déduire le rayon de courbure de courbure pour  $t=1s$ .