

TD2 Algèbre de Boole

Exercice 1

Complémenter les expressions suivantes (sans simplification) :

1. $F = \overline{X}\overline{Y} + XY + \overline{X}Y$
2. $F = X(\overline{Y}\overline{Z} + YZ) + \overline{X}YZ + \overline{X}\overline{Y}Z$
3. $F = X\overline{Y} + Z\overline{T} + \overline{X}\overline{Y} + \overline{Z}\overline{T}$
4. $F = X\overline{Y}\overline{Z}\overline{T} + \overline{X}YT + \overline{X}\overline{Z} + (Z + T)(\overline{X}\overline{Y} + Z)$
5. $F = (X + Y)(\overline{X} + Z)$
6. $F = (\overline{X} + \overline{Y}\overline{Z}T)(XY + Z + \overline{T})(\overline{X} + \overline{Y} + Z)$

Exercice 2

Établir les tables de vérité des fonctions suivantes, puis les écrire sous les deux formes canoniques :

1. $F_1 = XY + YZ + XZ$
2. $F = X + YZ + \overline{Y}\overline{Z}T$
3. $F = (X + Y)(\overline{X} + Y + Z)$
4. $F = (\overline{X} + \overline{Z})(X + \overline{T} + Z)Y\overline{Z}$
5. $F = (\overline{X}Y + X\overline{Y})\overline{Z} + (\overline{X}\overline{Y} + XY)Z$
6. $F = \overline{X} + YZ$
7. $F_7 = \overline{X}\overline{Y}Z + X\overline{Y}Z + X\overline{Y}\overline{Z} + XY\overline{Z} + XYZ$

Exercice 3

Écrire sous la première forme canonique les fonctions définies par les propositions suivantes :

1. $f(A,B,C) = 1$ si et seulement si aucune des variables A, B, C ne prend la valeur 1
2. $f(A,B,C) = 1$ si et seulement si au plus une des variables A, B, C prend la valeur 0
3. $f(A,B,C) = 1$ si et seulement si exactement une des variables A,B,C prend la valeur 1
4. $f(A,B,C) = 1$ si et seulement si au moins l'une des variables A, B, C prend la valeur 0
5. $f(A,B,C) = 1$ si et seulement si exactement deux des variables A, B, C prennent la valeur 1
6. $f(A,B,C) = 1$ si et seulement si au moins deux des variables A,B,C prennent la valeur 0
7. $f(A,B,C) = 1$ si et seulement si les variables A, B, C prennent la valeur 1

Exercice 4

Mettre les fonctions de l'exercice précédent sous la seconde forme canonique.

Exercice 5

Démontrer les relations suivantes de 2 manières différentes:

1. $AB + ACD + \overline{BD} = AB + \overline{BD}$
2. $(\overline{A} + B)(A+C)(B+C) = (\overline{A} + B)(A+C)$
3. $AB + \overline{BC} = (A + \overline{B})(B+C)$
4. $\overline{\overline{AB} + \overline{AB}} = \overline{AB} + \overline{AB}$
5. $\overline{(A + B)(A + C)} = (\overline{A + B})(\overline{A + C})$

Exercice 6

Simplifier algébriquement les fonctions suivantes :

1. $F = (X + Y)(\overline{X} + Y)$
2. $F = \overline{X}\overline{Y} + XY + \overline{X}Y$
3. $F = XY + \overline{Z} + Z(\overline{X} + \overline{Y})$
4. $F = X(\overline{Y}\overline{Z} + YZ) + \overline{X}Y\overline{Z} + \overline{X}\overline{Y}Z$
5. $F = (X + \overline{Y})(\overline{X}Y + Z)Z$
6. $F = X\overline{Y} + Z\overline{T} + \overline{X}\overline{Y} + \overline{Z}\overline{T}$
7. $F = (X + Y + Z)(\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}) + XY + YZ$

Exercice 7

Simplifier, par la méthode des diagrammes de Karnaugh, les fonctions booléennes suivantes puis tracer les logigrammes correspondants :

1. $F(A, B, C) = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C}$

2. $F(A, B, C) = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C}$

3. $F(A, B, C) = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C$

4. $F(A, B, C) = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + A\overline{B}C$

5. $F(A, B, C) = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C}$

6. $F(A, B, C, D) = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}C\overline{D}$

7. $F(A, B, C, D) = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + ABCD + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D}$