

TD 1 P1 (F211) Rappels Mathématiques

(Produit scalaire, produit vectoriel) (Coordonnées polaires, cylindriques et sphériques)

EXERCICE 1 :

\vec{i} , \vec{j} et \vec{k} étant les vecteurs unitaires des axes rectangulaires (Oxyz), on considère les vecteurs :

$$\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} ; \vec{B} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \text{ et } \vec{C} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$$

1. Calculer le module (la norme) des vecteurs \vec{A} , \vec{B} et \vec{C} .
2. Calculer les composantes et les modules des vecteurs : $\vec{V} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ et $\vec{W} = \vec{A} + \vec{B} - 3\vec{C}$.
3. Calculer le vecteur unitaire \vec{u} porté par le vecteur : $\vec{F} = \vec{A} + 2\vec{B}$
4. Calculer les produits scalaire et vectoriel des vecteurs \vec{A} et \vec{B} .
5. Déduire l'angle (\vec{A} , \vec{B}).

EXERCICE 2 : Soient les points suivants : $M_1 (1, 1, 1)$; $M_2 (2, 2, 1)$; $M_3 (2, 1, 0)$

a/ Trouver l'angle formé par les vecteurs $\overrightarrow{M_2M_1}$ et $\overrightarrow{M_2M_3}$.

b/ évaluer les vecteurs suivants : $\vec{i} \wedge \vec{j}$; $\vec{j} \wedge \vec{k}$; $\vec{k} \wedge \vec{j}$; $\vec{k} \wedge \vec{i}$; $\vec{i} \wedge \vec{j}$, $\vec{j} \wedge \vec{j}$; $\vec{k} \wedge \vec{k}$; $\vec{j} \wedge 4\vec{k}$

EXERCICE 3 : Soient les deux vecteurs :

$$\vec{A} = \vec{i} + \alpha\vec{j} - \beta\vec{k} \text{ et } \vec{B} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$$

Trouver α et β , pour que \vec{B} soit parallèle à \vec{A} , puis déterminer le vecteur unitaire pour chacun des deux vecteurs.

EXERCICE 4 : Soient les points A (2, 1), B (1, 1) et C (1, 2) dans un repère cartésien.

- 1) Calculer les coordonnées polaires (r , θ) de ces trois points.
- 2) Exprimer les vecteurs : \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BC} en coordonnées cartésiennes et polaires.

EXERCICE 5 :

Représenter puis donner les coordonnées cartésiennes des points polaires suivants :

$$A(2, \pi/3) ; B(\sqrt{2}, -\pi/4) ; C(2, -2\pi/3).$$

EXERCICE 6 : Soit un point M(x, y, z) dans un repère cartésien, on appelle (r, θ , z) les coordonnées cylindriques. Rappeler les relations permettant d'obtenir (x, y, z) en fonction de ces coordonnées, et exprimer r à l'aide de x, y, z.

EXERCICE 7 : Soient les points suivants dans un repère cartésien:

$$A(1,0,0) , B(\sqrt{2}/4, \sqrt{6}/4, \sqrt{2}/2).$$

Calculer les coordonnées sphériques de ces points.