

## TD 1 P1 (F211) Rappels Mathématiques

(Produit scalaire, produit vectoriel) (Coordonnées polaires, cylindriques et sphériques)

### EXERCICE 1 :

$\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  et  $\vec{k}$  étant les vecteurs unitaires des axes rectangulaires (Oxyz), on considère les vecteurs :

$$\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} ; \vec{B} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \text{ et } \vec{C} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$$

1. Calculer le module (la norme) des vecteurs  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  et  $\vec{C}$ .
2. Calculer les composantes et les modules des vecteurs :  $\vec{V} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$  et  $\vec{W} = \vec{A} + \vec{B} - 3\vec{C}$ .
3. Calculer le vecteur unitaire  $\vec{u}$  porté par le vecteur :  $\vec{F} = \vec{A} + 2\vec{B}$
4. Calculer les produits scalaire et vectoriel des vecteurs  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$ .
5. Déduire l'angle ( $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$ ).

**EXERCICE 2 :** Soient les points suivants :  $M_1 (1, 1, 1)$  ;  $M_2 (2, 2, 1)$  ;  $M_3 (2, 1, 0)$

a/ Trouver l'angle formé par les vecteurs  $\overrightarrow{M_2M_1}$  et  $\overrightarrow{M_2M_3}$ .

b/ évaluer les vecteurs suivants :  $\vec{i} \wedge \vec{j}$  ;  $\vec{j} \wedge \vec{k}$  ;  $\vec{k} \wedge \vec{j}$  ;  $\vec{k} \wedge \vec{i}$  ;  $\vec{i} \wedge \vec{j}$  ,  $\vec{j} \wedge \vec{j}$  ;  $\vec{k} \wedge \vec{k}$  ;  $\vec{j} \wedge 4\vec{k}$

**EXERCICE 3 :** Soient les deux vecteurs :

$$\vec{A} = \vec{i} + \alpha\vec{j} - \beta\vec{k} \text{ et } \vec{B} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$$

Trouver  $\alpha$  et  $\beta$ , pour que  $\vec{B}$  soit parallèle à  $\vec{A}$ , puis déterminer le vecteur unitaire pour chacun des deux vecteurs.

**EXERCICE 4 :** Soient les points A (2, 1), B (1, 1) et C (1, 2) dans un repère cartésien.

- 1) Calculer les coordonnées polaires ( $r$ ,  $\theta$ ) de ces trois points.
- 2) Exprimer les vecteurs :  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  en coordonnées cartésiennes et polaires.

### EXERCICE 5 :

Représenter puis donner les coordonnées cartésiennes des points polaires suivants :

$$A(2, \pi/3) ; B(\sqrt{2}, -\pi/4) ; C(2, -2\pi/3).$$

**EXERCICE 6 :** Soit un point M(x, y, z) dans un repère cartésien, on appelle (r,  $\theta$ , z) les coordonnées cylindriques. Rappeler les relations permettant d'obtenir (x, y, z) en fonction de ces coordonnées, et exprimer r à l'aide de x, y, z.

**EXERCICE 7 :** Soient les points suivants dans un repère cartésien:

$$A(1,0,0) , B(\sqrt{2}/4, \sqrt{6}/4, \sqrt{2}/2).$$

Calculer les coordonnées sphériques de ces points.