Corrige type de l'examen final Physique1Ingénieurs (2024/2025)

Questions de cours : (5 points) : remplir le vide :

$\vec{M}_{/0}(\vec{F}) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$ 0,5 ; $\vec{L}_{/o} = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{V}$ 0,5 ; (TMC) : $\sum \vec{M}_{/0}(\vec{F}) = \dfrac{d\vec{L}/o}{dt}$ 0,5

Mouvement relatif : Soit un point M en mouvement par rapport à un repère mobile R'(O', x', y', z') qui est lui-même en mouvement par rapport à un repère fixe R (O, x, y, z).

La vitesse absolue est composée de la vitesse d'entrainement $\vec{V_e}$ et de la vitesse relative $\vec{V_r}$ tel que : 0.25

$$\boxed{\vec{V_a} = \vec{V_e} + \vec{V_r}}$$ 0.5

$$\vec{V_e} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + x'\frac{d}{dt}\vec{\imath'} + y'\frac{d}{dt}\vec{\jmath'} + z'\frac{d}{dt}\vec{k'}$$ 0.5

$$\vec{V_r} = \frac{dx'}{dt}\vec{\imath'} + \frac{dy'}{dt}\vec{\jmath'} + \frac{dz'}{dt}\vec{k'}$$ 0.5

L'accélération est composée d'une accélération relative $\vec{a_r}$, d'une accélération d'entrainement $\vec{a_e}$ et d'une accélération de Coriolis $\vec{a_c}$. 0.5

$$\boxed{\vec{a}(t) = \vec{a_r} + \vec{a_e} + \vec{a_c}}$$ 0.5

$$\vec{a_r} = \left[\frac{d^2x'}{dt^2}\vec{\imath'} + \frac{d^2y'}{dt^2}\vec{\jmath'} + \frac{d^2z'}{dt^2}\vec{k'}\right]$$ 0.25

$$\vec{a_e} = \left[\frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} + x'\frac{d^2\vec{i'}}{dt^2} + y'\frac{d^2\vec{j'}}{dt^2} + z'\frac{d^2\vec{k'}}{dt^2}\right]$$ 0.25

$$\vec{a_c} = 2\left[\frac{dx'}{dt}\frac{di'}{dt} + \frac{dy'}{dt}\frac{dj'}{dt} + \frac{dz'}{dt}\frac{dk'}{dt}\right]$$ 0.25

Exercice 1 : (7points)

1- L'équation de la trajectoire et sa nature :

On a les équations horaires du mvt: $\begin{cases} x(t) = 5t & (1) \Rightarrow t = \frac{x}{5} \\ y(t) = -5t^2 + 5 & (2) \end{cases}$ 0,5

Remplaçons la valeur de t dans (2) : $y = -\dfrac{x^2}{5} + 5$ 0,5

2- Le vecteur position $\overrightarrow{OM}$: $\overrightarrow{OM} = 5t\vec{\imath} + \left(-5t^2 + 5\right)\vec{\jmath}$ 0,5

3- Les composantes cartésiennes de vecteur vitesse $\vec{v}$ et son module :

$$\vec{v} = \begin{cases} v_x = {dx}/{dt} = 5 \\ v_y = {dy}/{dt} = -10t \end{cases} \Rightarrow \vec{v} = 5\,\vec{\imath} - 10t\,\vec{\jmath}$$ 1

Son module : $\| \vec{v} \| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{25 + 100t^2} = 5\sqrt{1 + 4t^2}$ *m/s* 0,25

4- Les composantes cartésiennes de vecteur accélération $\vec{a}$ et son module :

0,25

$$\vec{a} = \begin{cases} a_x = {dv_x}/{dt} = 0 \\ a_y = {dv_y}/{dt} = -10 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = -10\,\vec{\jmath}$$ *Son module :* $\| \vec{a} \| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 10$ *m/s²*

1

5- les composantes d'accélération tangentielle et normale (a_T et a_N) :

- *On sait que :* $a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{d\left(5\sqrt{1+4t^2}\right)}{dt} = 5\frac{8\,t}{2\sqrt{1+4t^2}} \Rightarrow a_T = \frac{20\,t}{\sqrt{1+4t^2}}$ 0,25 0,5

  Et $\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N \Rightarrow a^2 = a_T^2 + a_N^2$ *d'où :* $a_N = \sqrt{a^2 - a_T^2}$ 0,5

  0,25

  $a_N = \sqrt{a^2 - a_T^2} = \sqrt{10^2 - \frac{20^2\,t^2}{1+4t^2}} = \frac{10}{\sqrt{1+4t^2}}$ 0,5

- *Rayon de courbure R(t) :*

  $a_N = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a_N} \Rightarrow R = \frac{25(1+4t^2)\sqrt{1+4t^2}}{10}$ *Donc:* $R(t) = 2.5\sqrt{(1+4t^2)^3}$

  0,5

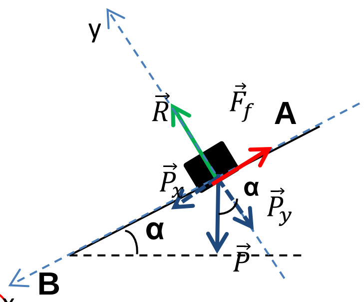
  $R = 2.5(1+4t^2)^{3/2}$ 0,5

Exercice 2 : (8points)

1/le bilan des forces agissant sur le point M :

0,5

- *Le poids* $\vec{P} = m\vec{g}$
- *La réaction normale* $\vec{R}_N$ 0,5
- *La force de frottement* $\vec{F_f}$



2/ l'angle d'inclinaison pour que le point M glisse avec une vitesse constante :

V = c^ste ⇒ MRU et a=0 $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ 0,25

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Longrightarrow \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{F_f} = \vec{0}$ 0,5

0,5

Par projection : $\begin{cases} \text{Sur } (OX): \text{ on a} \quad Px - F_f = 0 \quad (1) \\ (OY): -Py + R_N = 0 \quad (2) \end{cases}$ 0,5 $R_N = mgcos\alpha$

Tel que : $\vec{p}$ *:* $P_x = P\sin\alpha$, $Py = P\cos\alpha$ *avec* $P = mg$ 0,25

0,5

Avec : $F_f = \mu_c R_N$

Donc : (1) ⇒ $mg\,sin\alpha$ - $\mu_c\, mgcos\alpha = 0$

$mg(sin\alpha$ - $\mu_c\, cos\alpha) = 0$ 0,25

$\mu_c = \tan\alpha$

$A.N: \alpha = \tan^{-1} 0.4 \Rightarrow \quad a = 21{,}8°$ 0,25

3/ calcul de la force normale :

$R_N = mgcos\alpha \quad = 69{,}28\ N$ 1

4/ Calcul de la force de frottement :

$F_f = \mu_c R_N = 27.7$ N 1

5/Calcul de l'accélération :

En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{F_f} = m\vec{a}$ 0,5

Par projection : $\begin{cases} (OX): Px - F_f = m\,a_x & (1) \\ (OY): -Py + R_N = 0 & (2) \end{cases}$ 0,5 $\quad tel\ que : \vec{a} = a_x\vec{i}\ \ donc : a_y = 0$ 0,5 $\quad R_N = mgcos\alpha$

Tel que : $\vec{p}$ *:* $Px = P\sin\alpha,\ Py = P\cos\alpha$ *avec* $P = mg$

Donc : $(1) \Rightarrow \quad mg\sin\alpha - \mu_c\ mgcos\alpha = ma \Longrightarrow a = g(\sin\alpha - \mu_c cos\alpha)$ 0,25

$A.N: a = 1{,}53\ m/s^2$ 0,25